on a : $J'C = JC$ et $J'A = AJ$ (une symétrie orthogonale conserve les distances) $\Rightarrow \dfrac{J'C}{J'A} = \dfrac{JC}{JA} = \sqrt{2}$ d'autre part $(\overrightarrow{J'A}, \overrightarrow{J'C}) \equiv (\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{JA})(2\pi)$ (une symétrie orthogonale transforme les mesures des angles en leurs opposées)

or $(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{JA}) \equiv (\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{JD}) + (\overrightarrow{JD}, \overrightarrow{JA})\,(2\pi)$

$$\equiv \frac{\pi}{4} + \pi\ (2\pi) \equiv -\frac{3\pi}{4}\,(2\pi).$$

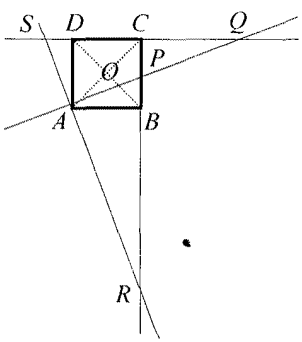
Soit S' la similitude directe de centre J', de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\dfrac{3\pi}{4}$.

on a : $\dfrac{J'C}{J'A} = \sqrt{2}$ et $(\overrightarrow{J'A}, \overrightarrow{J'C}) \equiv -\dfrac{3\pi}{4}(2\pi) \Rightarrow S'(A) = C$

donc S' est une similitude directe qui a le même rapport et le même angle que S, de plus S' et S coïncident au point A donc $S' = S$.

Conclusion : le centre de S est le point $K = S_{AC}(J)$

Solution 5 :



* $r(B) = D$

Soit Δ_1 l'image de la droite (BC) par r on a : $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{\Delta_1}) \equiv \dfrac{\pi}{2}(\pi)$.